



Année 2006-2007

Deuxième année Mastère Systèmes Commandes & Diagnostics

Modélisation et commande d'un hélicoptère.

Nom et prénom de l'étudiant : Guetteche Djeber

Dirigé par : Mr : El Mostafa El Adel et Mr Thibaut Raharijaona

1 - Introduction:

Un système linéaire à une fonction de transfert qui peut se calculer en établissant les équations différentielles qui relient entrée et sortie. Ces équations théoriques sont parfois difficiles à écrire car on n'a pas forcément toute la connaissance du système nécessaire : valeurs numériques, processus mis en jeu, non linéarité... Souvent, un modèle dont le comportement ressemble à celui du système à étudier est suffisant pour élaborer une loi de commande adaptée. Ce document présente différentes méthodes pour obtenir un modèle sous forme de fonction de transfert équivalente en terme de réponse à un système dont on ne sait pas modéliser le comportement. Ces méthodes ne donnent donc pas la fonction de transfert du système mais en donnent une dont la réponse ressemble à celle du système.

2 - But de projet :

Illustration des différents concepts relatifs à l'identification et la commande d'un système a priori instable.

La maquette de l'hélicoptère est pilotée par un PC muni d'une carte d'acquisition, on s'intéresse à la dynamique verticale du rotor de propulsion verticale.

3 - Commande du système en boucle ouverte :

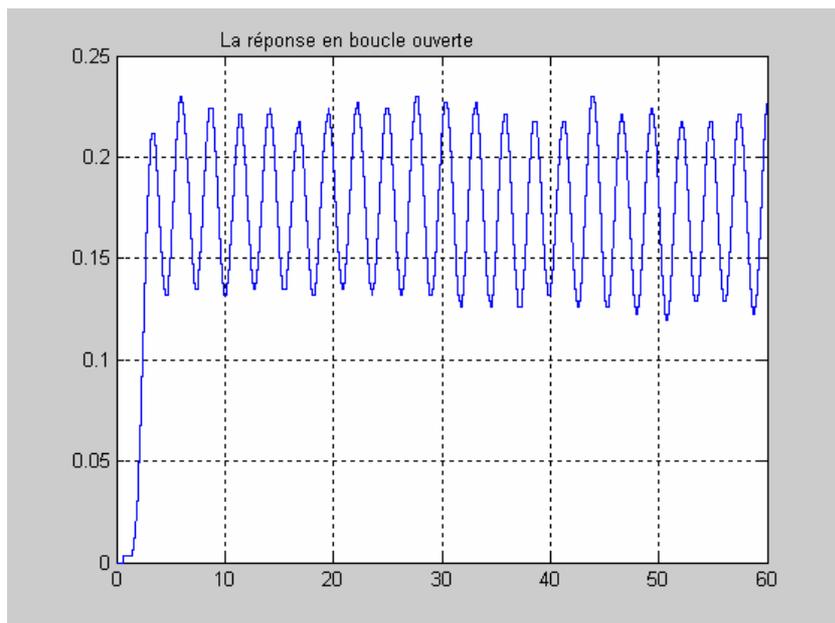


Fig (01) La réponse en boucle ouverte

L'application d'une commande constante nous donne une sortie oscillante asymptotiquement stable.

Le système ne réagit pas de la même façon lorsqu'on applique une commande variante et dans ce cas la le système est instable.

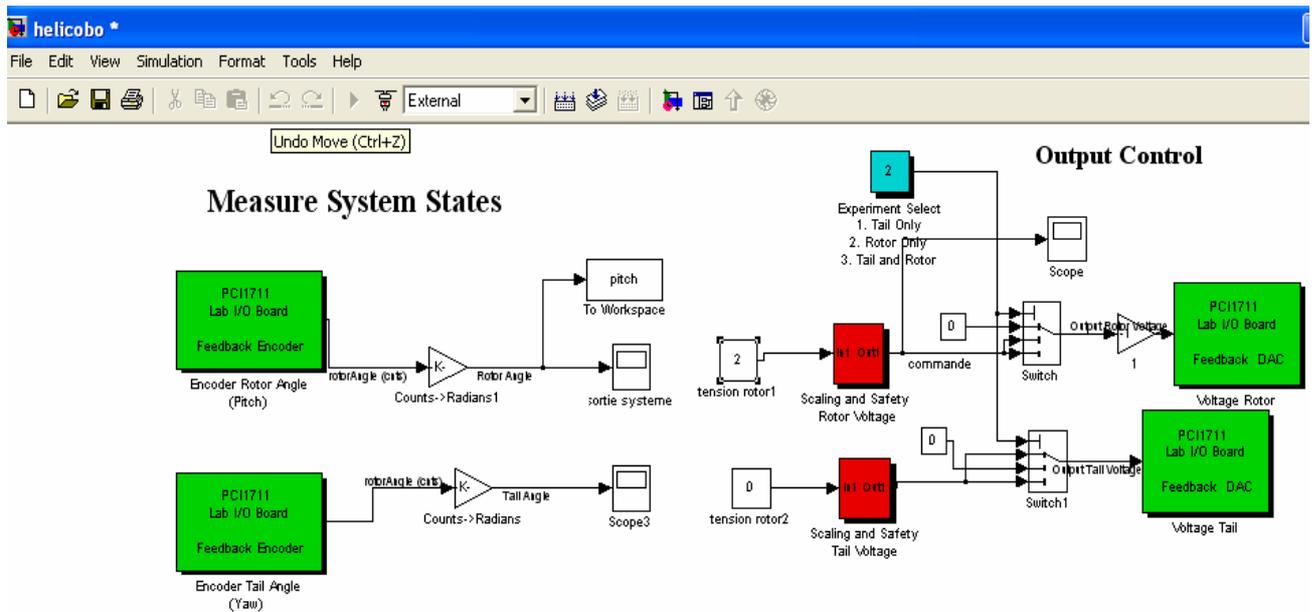


Fig (02) Schémas simulink du processus en boucle ouverte.

4- Commande stabilisante du système sans saturation de l'actionneur :

Il nous faut trouver une identification du système, et connaître leur comportement pour pouvoir trouver des régulateurs qui puissent commander le système pour des différentes commandes.

Dans notre cas la variation de l'erreur est important donc si on dérive l'erreur on l'amplifier et ça nous donne une commande qui varier rapidement dans le temps.

On essaye de trouver un régulateur PI.

Dans le cas où il est impossible d'ouvrir la boucle de régulation pour obtenir la réponse indicielle, une seconde méthode de Ziegler Nichols permet de régler un correcteur à partir d'un essai en limite de pompage.

Pour obtenir la limite de pompage, on place un correcteur proportionnel dans la boucle fermée et on augmente doucement le gain de ce correcteur jusqu'à obtenir des oscillations autoentretenuës (phénomène de pompage).

On note le gain k_0 qui a amené le système en limite de stabilité et la période T_0 des oscillations obtenues. Les paramètres de régulation pour que la réponse du système boucle soit satisfaisante sont donnés par le tableau suivant.

| Type de correcteur | Gain K_r | τ_i | τ_d |
|--------------------|------------|------------|------------|
| Proportionnel | $0,5.K_0$ | | |
| PI | $0,45.K_0$ | $0,83.T_0$ | |
| PID | $0,6.K_0$ | $0,5.T_0$ | $0,125T_0$ |

Réglage d'un correcteur P, PI ou PID selon Ziegler Nichols avec les mesures en BF.

Le pid discret (avec $k=0,12$ et $T_i=1$) : s'écrit sous la forme :

$$PI(Z) = 0,1205.Z - 0,1195 / Z - 1.$$

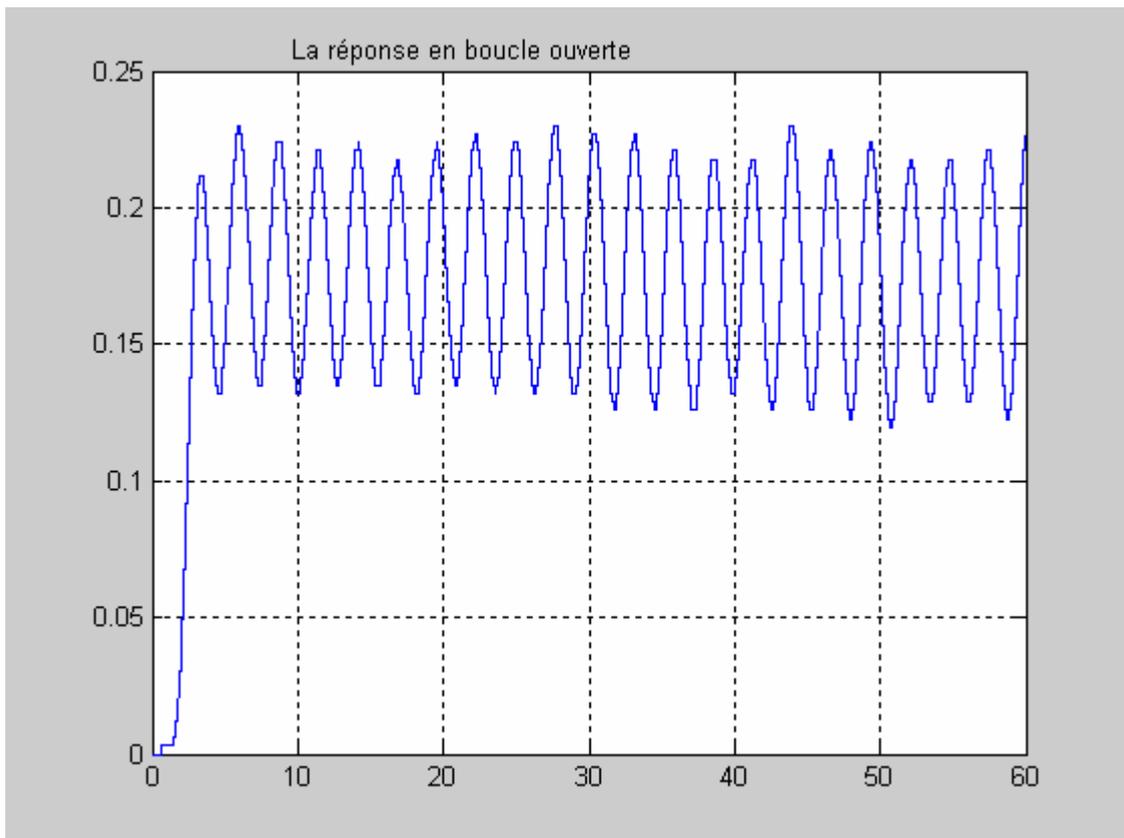


Fig (03) La sortie (L'angle du rotor) du système régulé par un PI.

5 - Identification d'un modèle de la dynamique verticale en boucle fermée :

L'identification du système nécessite de

-stabiliser le système pour une consigne donné.

-introduire une excitation variée riche en fréquence sur le système pour avoir la fonction de transfert du système.

On choisit un signal d'excitation qui permet de :

Mise à l'échelle des entrées et sorties

Détection de points aberrants

Elimination des perturbations basses fréquences

Travailler avec des variables écart

Filtrer ou modéliser les dérives

Elimination des perturbations hautes fréquences

On introduit un signal sinusoidale U_{exc} d'amplitude 1 et fréquence 0.3 hertz.

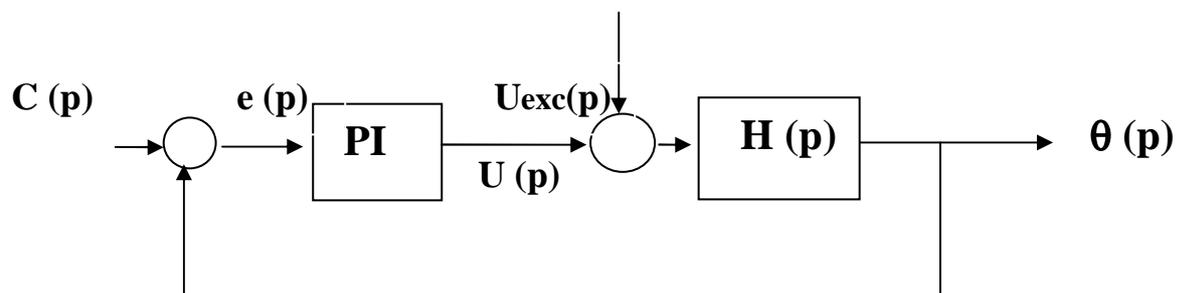


Figure (04) schéma du processus.

6 - Algorithmes des moindres carrés :

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k)$$

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n) + b_1 u(k-d-1) + \dots + b_m u(k-d-m)$$

$$y(k) = \hat{y}(k) + \varepsilon(k) = \varphi^T(k)\theta + \varepsilon(k)$$

$$\varphi^T(k) = [-y(k-1) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad ; \\ u(k-d-1) \quad \dots \quad u(k-d-m)]$$

$$\theta^T = [a_1 \quad \dots \quad a_n \quad ; \quad b_1 \quad \dots \quad b_m]$$

Avec N mesures.

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ \dots \\ \varphi^T(N) \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \dots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix}$$

Y ($N \times 1$) vecteur de mesures. Φ ($N \times P$) matrices d'observations.

θ ($P \times 1$) vecteur de paramètres. ε ($N \times 1$) vecteur d'erreurs.

$$\begin{aligned} \min_{\theta} J(\theta) &= \sum_{k=1}^N \varepsilon^2(k) = \varepsilon^T \varepsilon \\ &= [y - \Phi \theta]^T [y - \Phi \theta] = y^T y - 2y^T \Phi \theta + \theta^T \Phi^T \Phi \theta \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta = \hat{\theta}} = -2\Phi^T y + 2\Phi^T \Phi \hat{\theta} = 0$$

$$\hat{\theta} = \Phi^+ y = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y$$

$$\left. \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^T} \right|_{\theta = \hat{\theta}} = 2\Phi^T \Phi > 0$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) y(k) \right] \\ &= \left[\sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[\sum_{k=1}^N \varphi(k) y(k) \right] \end{aligned}$$

7 - Le modèle ARX :

Le modèle ARX (Auto Regressive model with eXternal inputs) est un modèle auto régressif qui inclut des entrées $u(t)$ et un bruit **blanc** $\zeta(t)$ de moyenne nulle. De plus, le modèle inclut un retard pur de k **coups** d'horloge. Si le système est échantillonné à une période d'échantillonnage T , alors le retard sera de $k \cdot T$.

Sous forme temporelle :

$$Y(t) = B \cdot [u(t-k), u(t-1-k), \dots]^T - A \cdot [y(t-1), y(t-2), \dots]^T + A \cdot [\zeta(t), \zeta(t-1), \dots]$$

Dans un espace discret utilisant la Transformé en Z

$$y(z) = z^{-k} \cdot \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot u(z) + \zeta(z)$$

8 - Identification de l'ordre :

La méthode paramétrique:

1. Choisir $d = 0$ ($n_k = 1$) et $n_A = n_B = n$ pour $n = 1, \dots, n_{\max}$
2. Calculer $J(n) = 1/N \cdot \sum_{k=1}^N \langle e^2(k, n) \rangle$
« avec la méthode ARX (loss function) »

9 - Origine physique du terme de retard pur :

Dans tout système, l'information de sortie est fournie par un capteur. Il se peut que, pour des raisons d'accessibilité, d'entretien ou d'encombrement, le capteur ne puisse pas être placé à l'endroit où l'on souhaiterait observer le système.

Cela introduit un retard entre l'instant où le signal est disponible (prêt à être mesuré) et l'instant où il est effectivement mesuré. Si $y(t)$ représente le signal à mesurer, l'introduction d'un retard d donnera lieu au signal $y(t-d)$.

D'après les propriétés de la transformation de Laplace si la transformée de Laplace de $y(t)$ s'écrit $Y(p)$ alors la transformée de $y(t-d)$ s'écrira $\exp(-p \cdot d) \cdot Y(p)$

Le réglage automatique de l'entrée du système $u(t)$ à partir des informations recueillies en sortie est difficile car les signaux nécessaires pour prendre des décisions convenables arrivent parfois trop tard.

10 - Identification du retard :

Approche non paramétrique:

-Estimer le retard à partir de la réponse indicielle ou impulsionnelle.

Approche paramétrique

-Choisir $n_k = 0$ et $n_A = n_B = n_{\max}$

Les premiers coefficients de $B(q^{-1})$ qui sont proches de zéro (considérant leurs variances) représentent le retard.

Exemple:

$$B(q^{-1}) = 0.0001 + 0.003q^{-1} - 0.006q^{-2} + 0.260q^{-3} + \dots$$

$$n_k = 3 \text{ et } d = 2$$

La simplification pôles zéros:

-Choisir $d = 0$ ($n_k = 1$) et $n_A = n_B = n$ pour $n = 1, \dots, n_{\max}$

-par la commande "ident" de MATLAB on récupère le tableaux des commande qui agissent sur le système et le tableaux de la sortie et après identification de n_A , n_B , n_k du système on obtient l'équation récurrente qui identifier le système.

11 - Décalage de h coups d'horloge :

-On prend pas en compte la phase de décollage lors de l'identification on s'intéresse juste de la partie ou le système tend vers la consigne pour avoir un modèle qui s'approche de notre système.

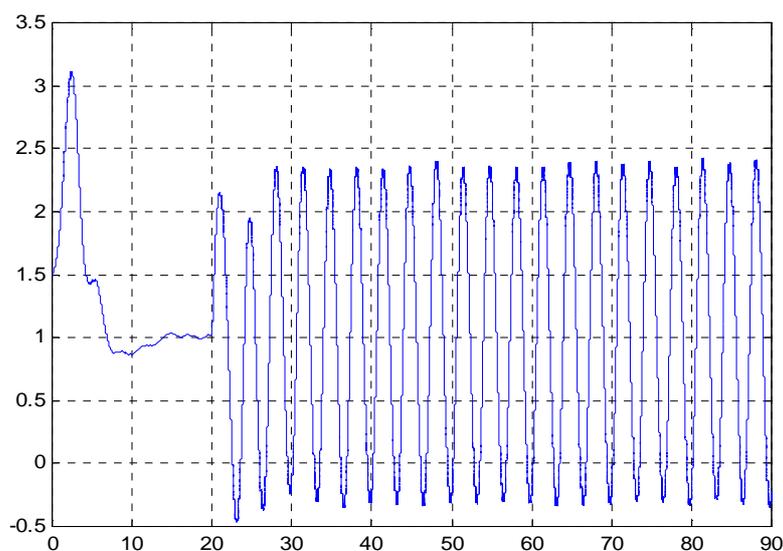


Fig (05) La commande après l'excitation à $t=30$ second.

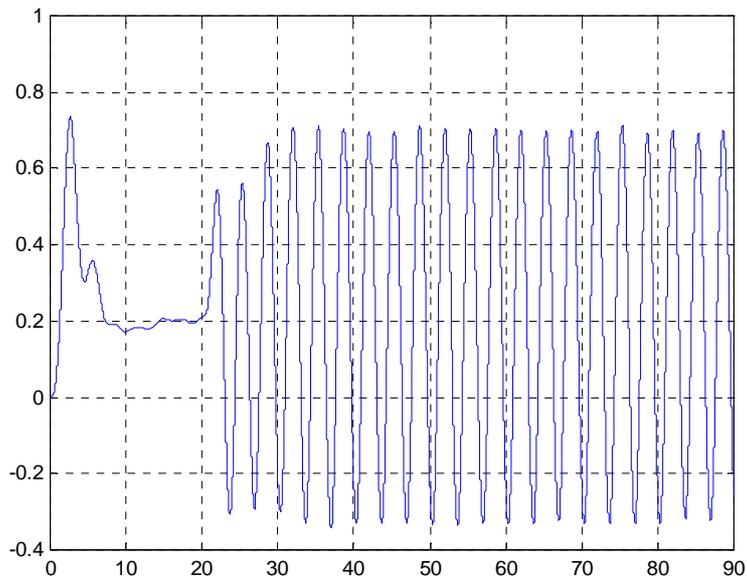


Fig (06) La sortie après l'excitation.

12 - Elimination de l'offset :

La réponse du système est sous la forme $Y(Z)=y(Z)+K$, K réagit négativement sur la modélisation, on ramène la réponse autour de zéros pour réduire l'offset,

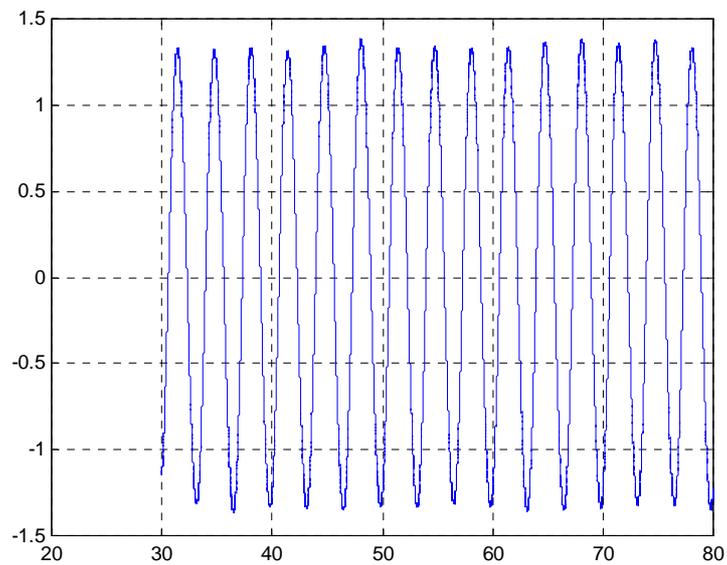


Fig (07) La commande après élimination de l'offset.

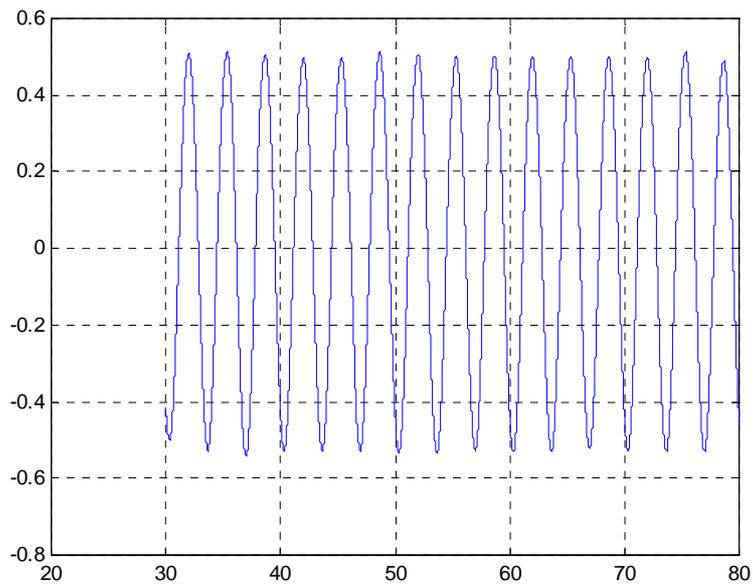


Fig (08) La sortie du système après élimination de l'offset.

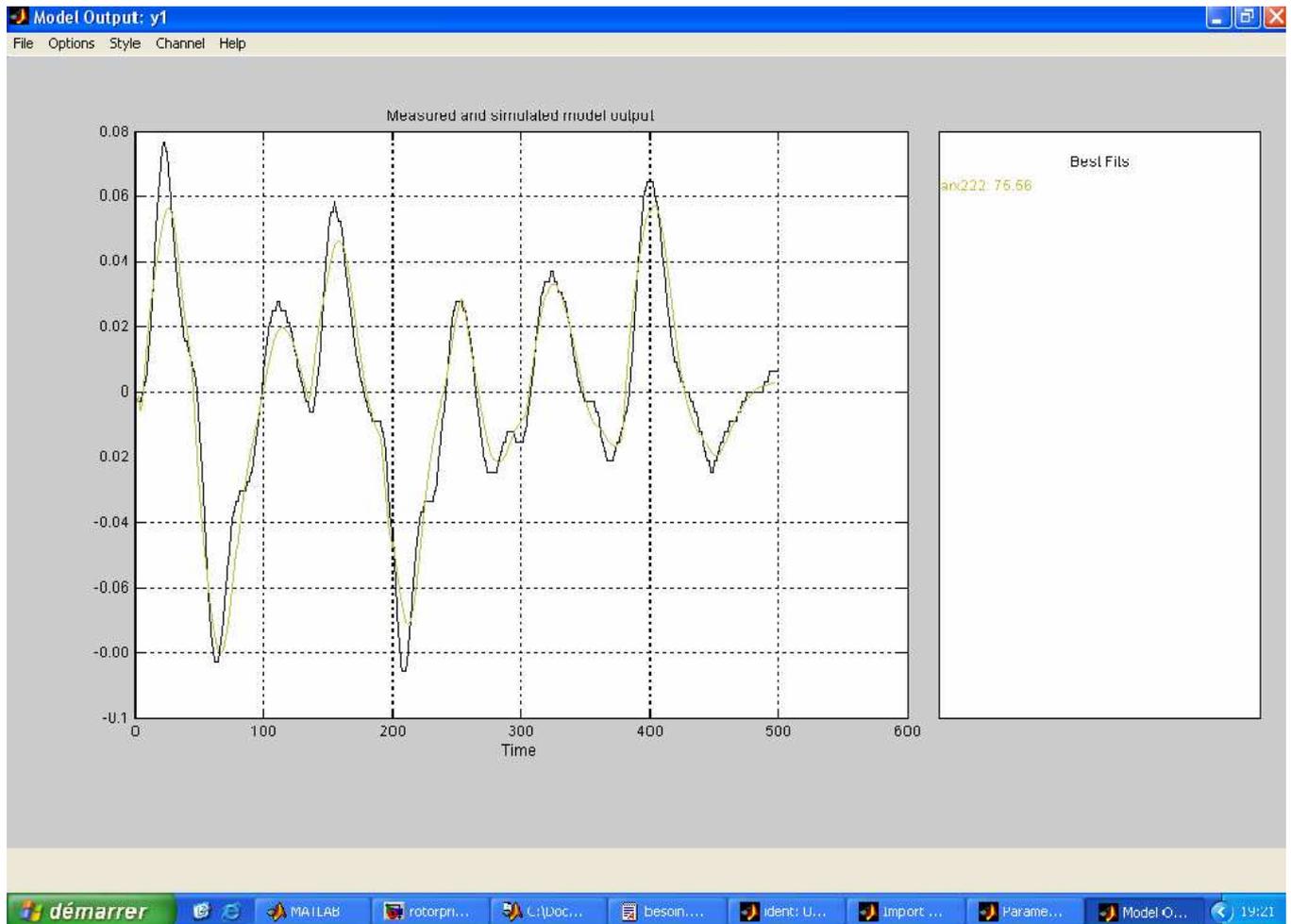


Figure (09) Identification de l'ordre et du retard.

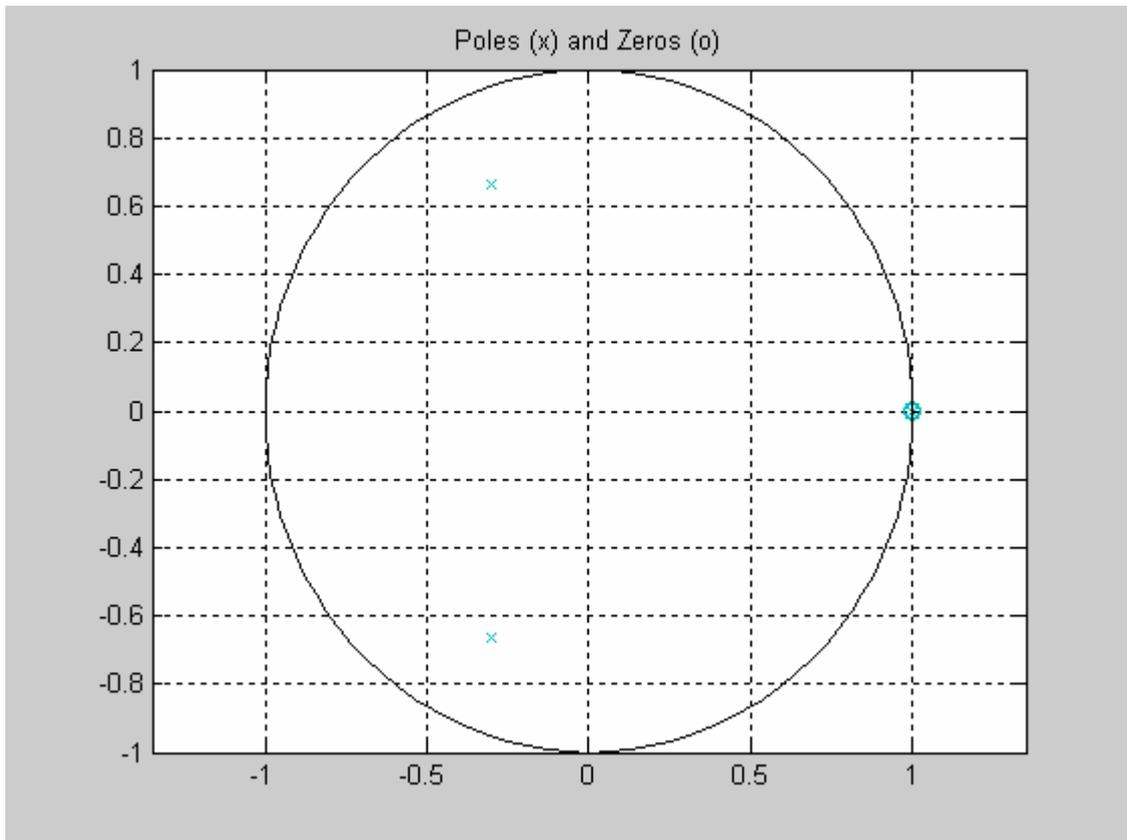


Figure (10) Les pôles et les zéros.

L'ordre du système avec excitation=2

Le retard=1

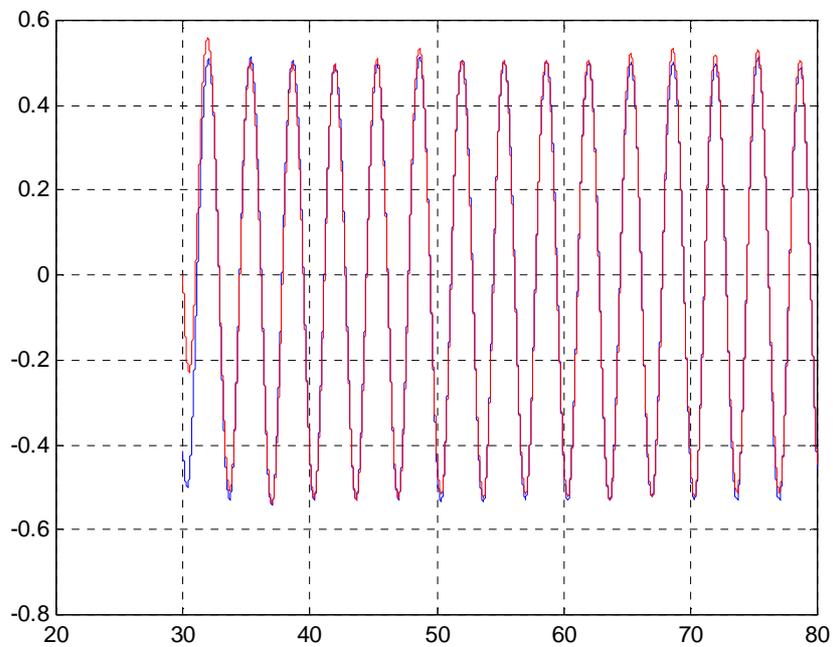


Fig (11) La sortie réelle (e bleue) et modèle (en rouge)

L'équation récurrente :

$$Y(k)-1,742.Y(k-1)+0,7451.Y(k-2) = -0,4208.U(k-1)+0,4215.U(k-2).$$

Donc la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H_0(z) = \frac{-0,4208.Z + 0,4215}{Z^2 - 1,742.Z + 0,7451}$$

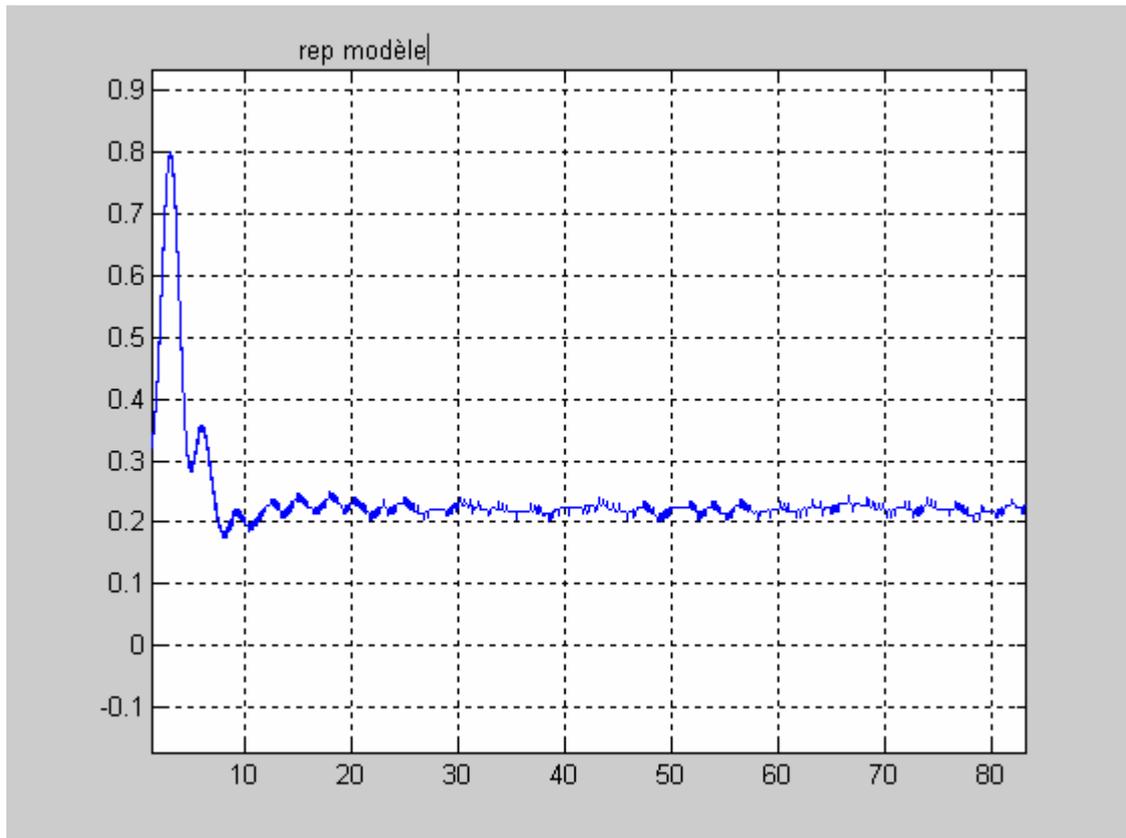


Fig (12) La réponse du modèle.

13 -Conclusion :

Dans la pratique, il est fréquent que certaines entrées ne moteur thermique, paramètres de la combustion), ou que des perturbations le processus. Pour modéliser un processus, il est donc nécessaire de formuler un ou plusieurs modèles hypothèse compatibles avec les connaissances *a priori* que l'on a un processus (sur la nature de ses entrées, de ses sorties, éventuellement de son ordre, de son retard...); mettre en oeuvre le système d'apprentissage adéquat (séquences et algorithme d'apprentissage) À partir de la performance de chaque candidat sur la séquence de test, déterminer le meilleur candidat associé à l'hypothèse, sélectionner la meilleure hypothèse, à partir des meilleurs candidats de chacune d'elles.

Références :

auto.polytech.univ-tours.fr

fr.wikipedia.org/wiki/Identification

lawwww.epfl.ch/webdav/site/la/users/139973/public/Identification%20I/IC-tranps3m-04.pdf -

www.u-bourgogne.fr/monge/e.busvelle/teaching.php